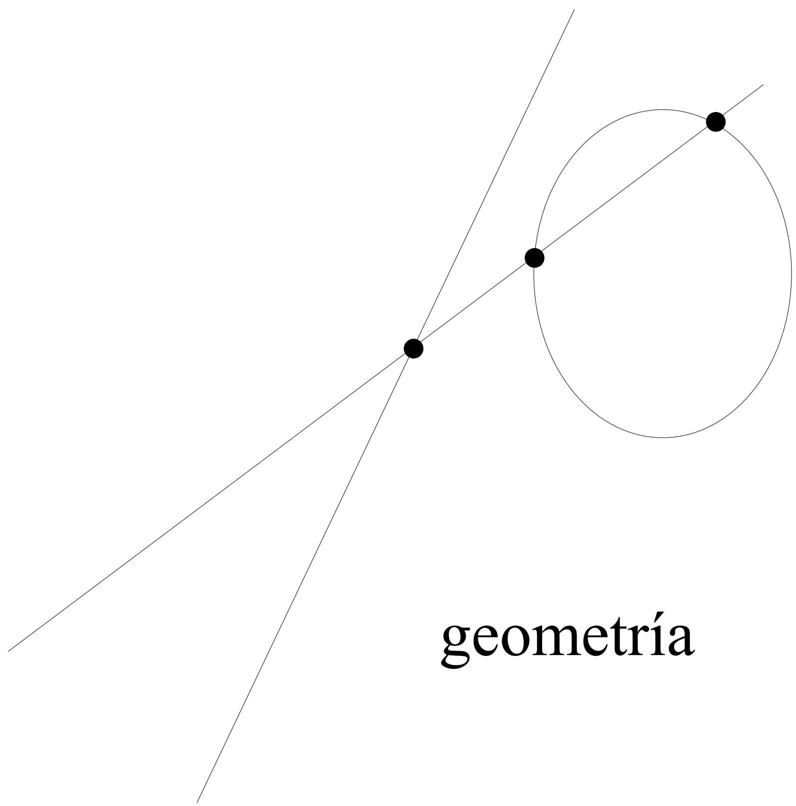
Matemáticas aplicadas al arte digital
Clase 4: Geometría analítica

Geometría Analítica: uso de las técnicas del álgebra para resolver problemas geométricos

$$\begin{aligned} x + y &= 4 \\ x - 2y &= 1 \end{aligned} \quad \rightarrow \quad x = 3,\ y = 1$$

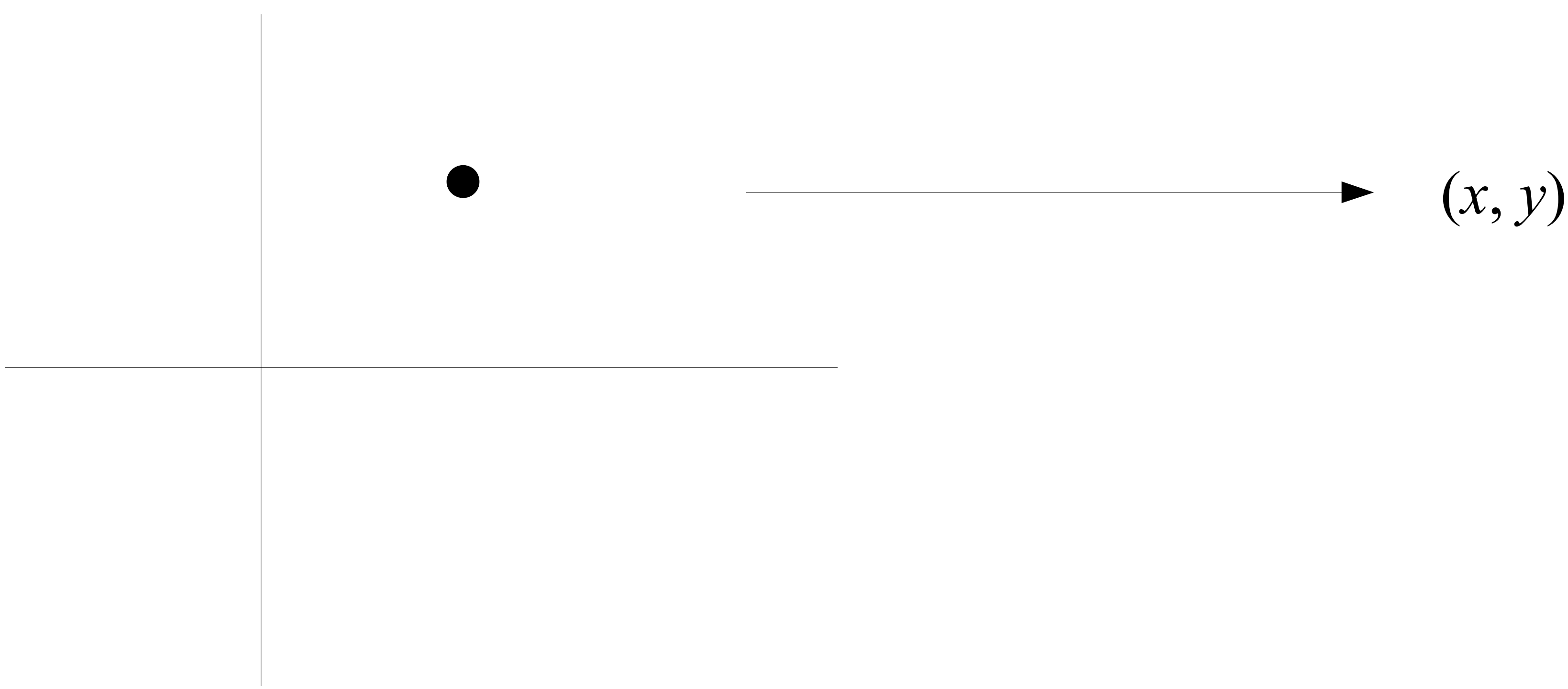
álgebra

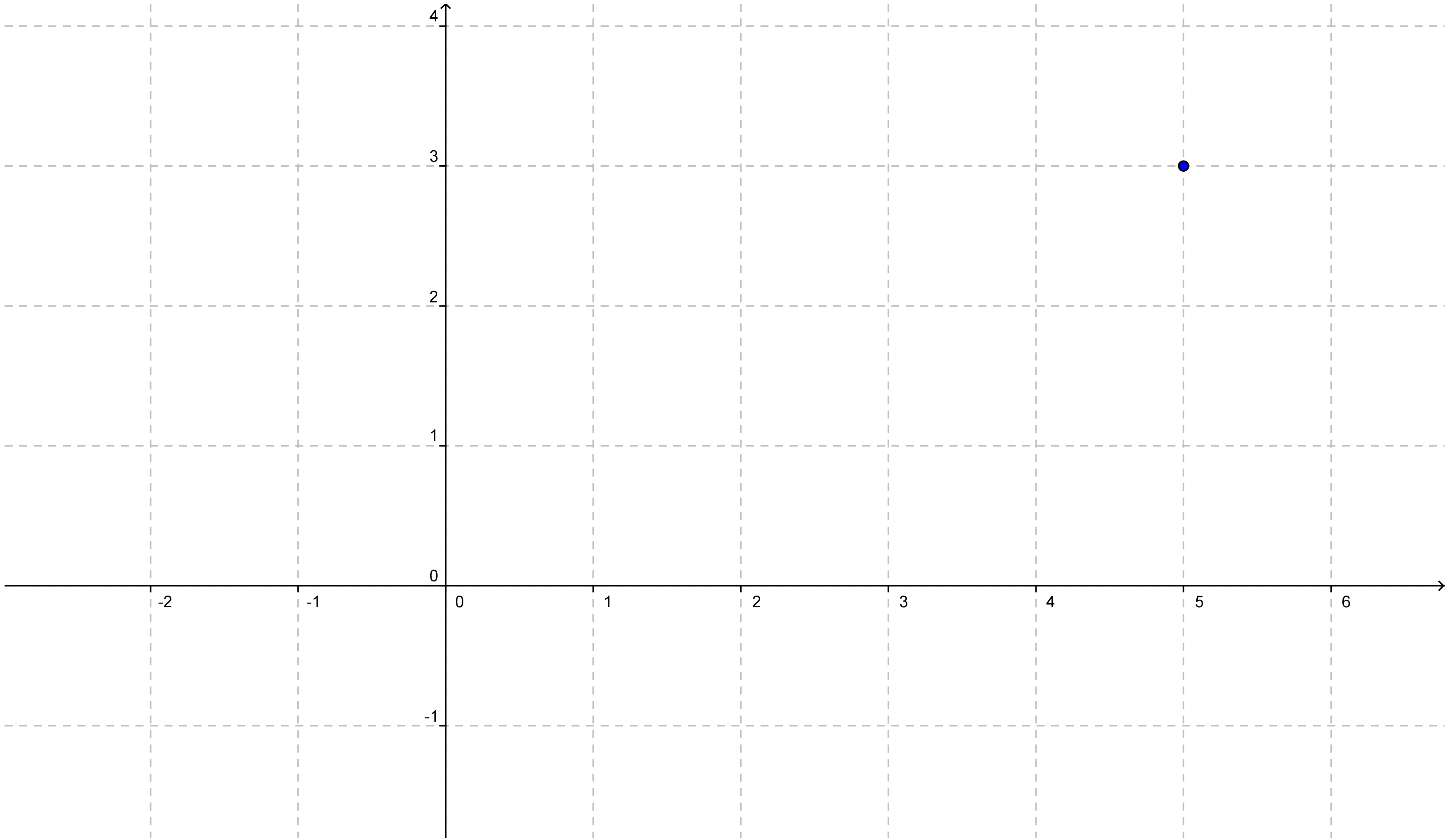


geometría

¿Cómo es posible usar el álgebra para estudiar la geometría?

Haciendo corresponder a cada punto del plano (o del espacio) de manera unívoca un par de números (x, y) (o terna de números (x, y, z)) que representan las coordenadas *cartesianas* del punto:




4
3
2
1
0
-1
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6

Ecuaciones

Una ecuación es una relación de igualdad entre distintas cantidades numéricas, que puede ser verdadera o falsa:

$$3 + 1 = 4$$

$$-10 + 8 = 0$$

Si la ecuación contiene una letra que representa un número desconocido o incógnita , entonces usualmente habrá algunos valores de la incógnita que hagan la relación de igualdad verdadera:

$x - 8 = 10$ es verdadera para $x = 18$

$x^2 = -1$ no es verdadera para ningún valor real de x

Inecuaciones

De manera análoga, una inecuación es una relación de desigualdad entre distintas cantidades numéricas o incógnitas, que puede ser verdadera o falsa:

$$3 < 1034$$

$$-1 > -4$$

$$x - 3 < 10$$

$$1 < 0$$

Resolución de una ecuación

En una ecuación o inecuación que incluye incógnitas, los valores de las mismas que hacen la expresión verdadera se obtienen *despejando* la incógnita, es decir aplicando una sucesión de reglas algebraicas que nos permita llegar a una igualdad de la forma:

$$x = (\mathit{expresión})$$

Por ejemplo:

$$10x + 5 - (6x + 2) = 0$$
$$4x + 3 = 0$$
$$4x = -3$$
$$\boxed{x = -3/4}$$

Ecuaciones con dos incógnitas

Si en una ecuación (o inecuación) aparecen dos incógnitas *x* e *y*, posiblemente existan varias combinaciones de pares (x, y) que hacen que la ecuación se verifique. En estos casos, una de las incógnitas se puede escribir en función de la otra:

$$2x + y = 20$$

$$y = 20 - 2x$$

Para cada valor de x arbitrario, el valor de y calculado con la ultima expresión será tal que la ecuación original se verificará. Por ejemplo:

si $x = 10$, entonces $y = 20 - 2 \,.\, 10 = 0$

$$2\,x + y = 2 \,.\, 10 + 0 = 20$$

Sistemas de dos ecuaciones simultáneas

Podemos tener dos ecuaciones con incógnitas x e y que deben ser verificadas “simultáneamente“, es decir que cada par (x, y) que verifica una ecuación debe verificar también la otra. Por ejemplo:

$$x + y = 4$$
$$x - 2y = 1$$

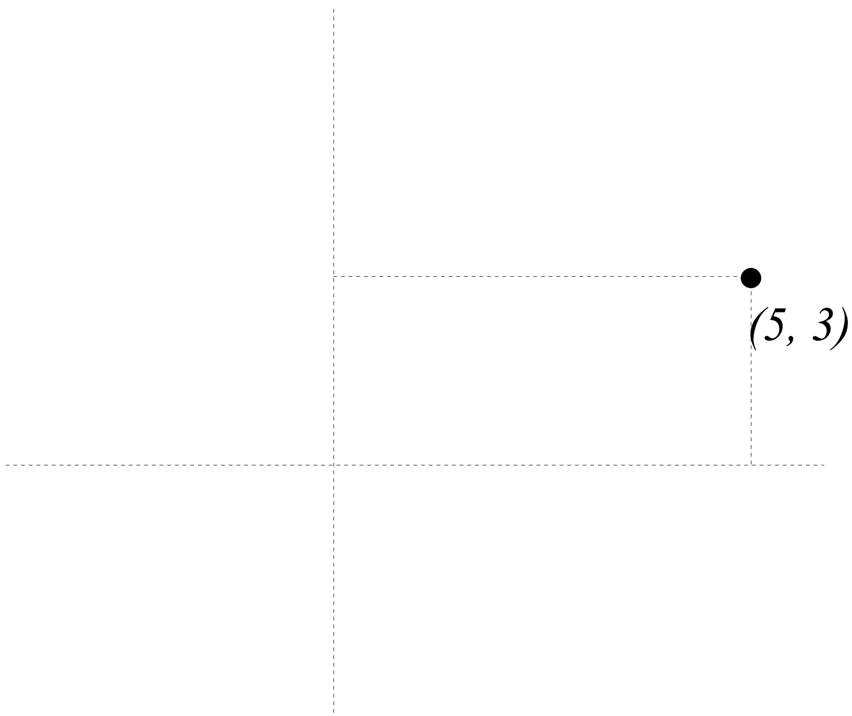
Estas dos ecuaciones solo se verifican simultáneamente para $x = 3, y = 1$

¿Para que sirve todo esto?

Las ecuaciones (e inecuaciones) nos permiten representar algebraicamente figuras geométricas.

En este contexto nos restringiremos a dos ecuaciones (o inecuaciones) simultáneas con dos incógnitas x e y:

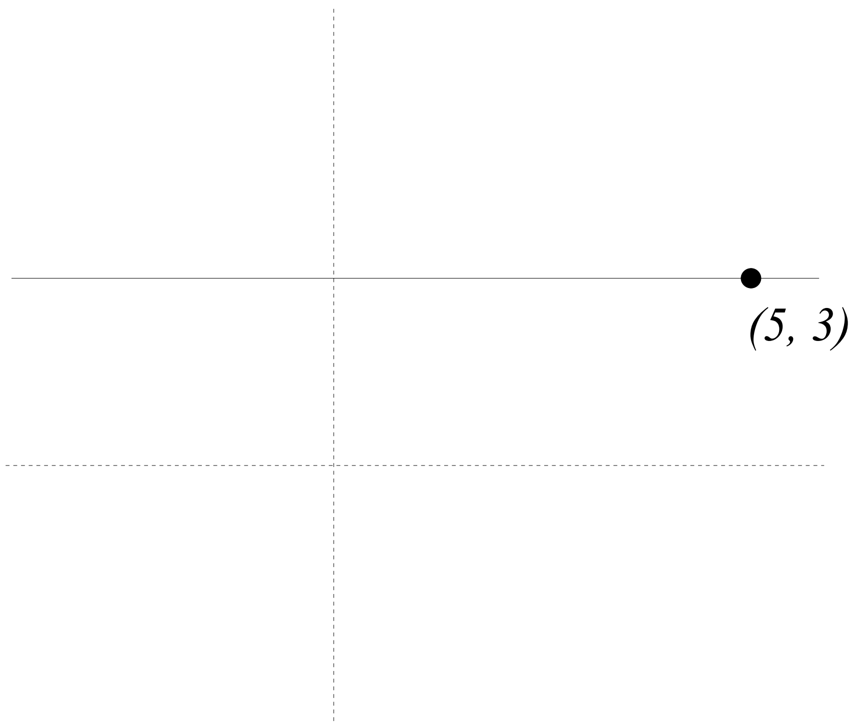
$$F_1(x, y) = 0$$
$$F_2(x, y) = 0$$



Cual son las ecuaciones que representan a este punto?

$$F_1(x, y) = x - 5 = 0$$

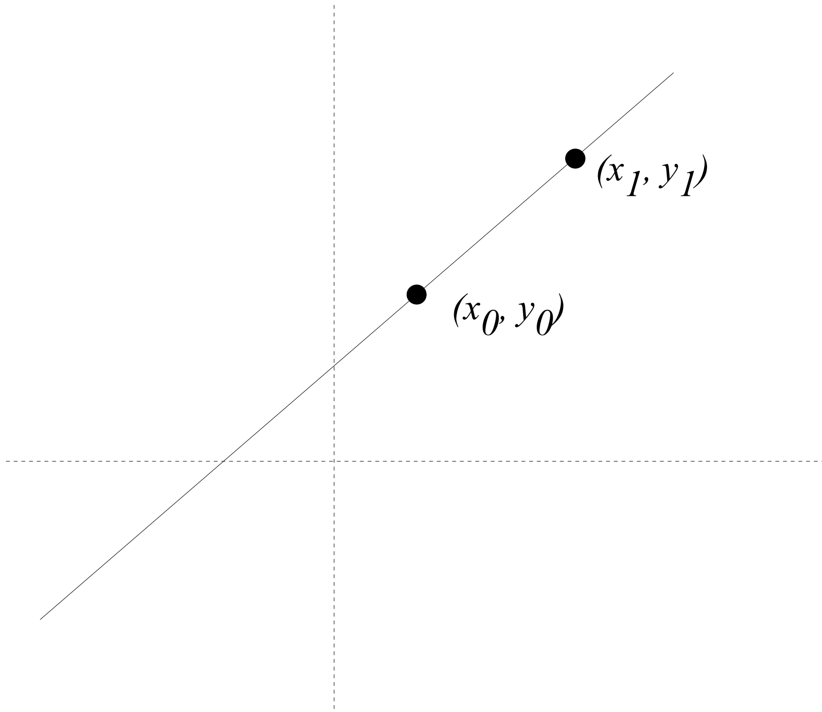
$$F_2(x, y) = y - 3 = 0$$



¿Cuál es la ecuación de la recta horizontal que pasa por (5, 3)?

x puede adoptar cualquier valor, mientras que *y* está fijo en 3:

$y - 3 = 0$



¿Ecuación de una recta general?

$$\boxed{ax+by+c=0}$$

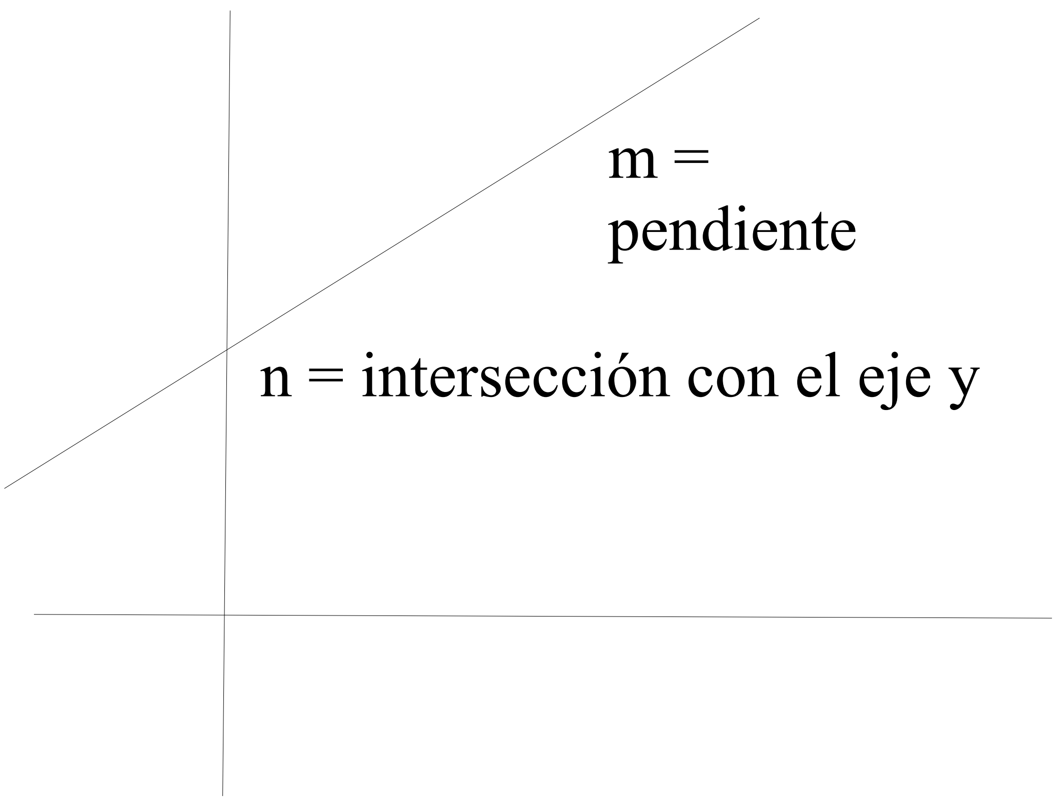
¿De donde sale esta ecuación?

Si (x_0, y_0) y (x_1, y_1) son dos puntos por donde pasa la recta, entonces
$(x - x_1) / (y - y_1) = (x_1 - x_0) / (y_1 - y_0) = \ldots$ (pizarrón)

Si $b \neq 0$, entonces:

$$y = (-a/b)\,x + (-c/b)$$

$$y = mx + n$$



Pero:

$$(\Delta x/\Delta y)\,x + (y_1 - x_1\,\Delta x/\Delta y) = y$$

o sea

$$\Delta x/\Delta y = m$$

$$y_1 - x_1\,\Delta x/\Delta y = n$$

Processing

Structure
size()

2D Primitives
triangle()
line()
arc()
point()
quad()
ellipse()
rect()

Color Setting
background()
colorMode()
stroke()
noFill()
noStroke()
fill()

Vertex
vertex()
beginShape()
endShape()