

Resolución de ecuaciones.

Nota: El “grado” de una ecuación (o sistema) de ecuaciones es el exponente más grande al que aparecen elevadas las incógnitas. Por ejemplo, la ecuación:

$$3x - x = 6$$

tiene grado 1 porque x aparece elevado a la potencia 1. Mientras que el sistema:

$$\begin{aligned}x^2 - 1 + y &= 0 \\ y + x &= 3\end{aligned}$$

es de grado 2 porque la máxima potencia a la que aparece elevada una incógnita (en este caso x) es 2.

1. Solución de ecuaciones de grado 1 o lineales.

Para una ecuación la idea es agrupar de un lado de la igualdad los términos con x , y del otro los términos constantes, para lo cual se aplican de manera sucesiva propiedad asociativa, distributiva y de suma/resta a ambos lados de la igualdad:

$$x - 8 = x / 3 - x$$

$$x - 8 = (1/3 - 1) x \quad (\text{por propiedad distributiva, i.e.: sacamos } \textit{factor común})$$

$$x - 8 + 8 = (1/3 - 1) x + 8 \quad (\text{sumamos 8 a ambos lados de la igualdad...})$$

$$x = (1/3 - 1) x + 8 \quad (\text{...en otras palabras } \textit{pasamos} \text{ el 8 sumando al otro lado de la igualdad})$$

$$x = -2/3 x + 8 \quad (\text{resolvemos la resta de fracciones } 1/3 - 1 = 1/3 - 3/3 = -2/3)$$

$$x + 2/3 x = 8 \quad (\text{pasamos } 2/3x \text{ sumando al otro lado de la igualdad})$$

$$(1 + 2/3) x = 8 \quad (\text{sacamos } x \text{ factor común del lado izquierdo de la igualdad})$$

$$(5/3) x = 8 \quad (\text{calculamos la suma de fracciones } 1 + 2/3)$$

$$x = (3/5) * 8 \quad (\text{pasamos 5 dividiendo y 3 multiplicando al otro lado de la igualdad})$$

$$x = 4.8$$

En un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas x e y , la idea es despejar primero una de las incógnitas, digamos x , de una de las ecuaciones de manera que quede expresada en función de la otra, en este caso y . Por ejemplo, si el sistema es:

$$\begin{aligned}4x + y &= 0 \\ x - y &= 1\end{aligned}$$

Despejamos x de la primera ecuación:

$$x = -y/4$$

Entonces podemos utilizar esta expresión en la segunda ecuación:

$$\begin{aligned}x - y &= 1 \\ -y/4 - y &= 1 \\ (-1/4 - 1) y &= 1 \\ -5/4 y &= 1 \\ y &= -4/5\end{aligned}$$

Ahora podemos volver a expresión de x en función de y:

$$\begin{aligned}x &= -y/4 \\ x &= -(-4/5)/4 \\ x &= 4 / (4 * 5) \\ x &= 1/5\end{aligned}$$

2. Solución de ecuaciones de grado 2 o cuadráticas.

Las ecuaciones de segundo grado pueden tener dos soluciones, una o ninguna. Una ecuación general de segundo grado en la incógnita x tiene la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Las soluciones se obtienen con la siguiente fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Por ejemplo, si la ecuación es

$$4x^2 - 3 = 0$$

entonces $a = 4$, $b = 0$ y $c = -3$. O sea que las dos soluciones son:

$$\begin{aligned}x_1 &= +\sqrt{(4*4*3) / (2 * 4)} = \sqrt{48} / 8 \approx 0.8660 \\ x_2 &= -\sqrt{(4*4*3) / (2 * 4)} = -\sqrt{48} / 8 \approx -0.8660\end{aligned}$$

3. Referencias online:

- Base de datos online de ejercicios de matemáticas: <http://matematicasies.com/>
- Sistema Educativo Descartes: <http://descartes.cnice.mec.es/index.html>
- Artículo en wikipedia en español: <http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n>