

Clase 2.

1. Fracciones binarias y representación computacional de los números fraccionarios.

Al final de la clase anterior llegamos a que un número puede ser expresado como fracción binaria de la siguiente manera:

$$x = \pm(a_n 2^n + a_{n-1} 2^{n-1} + \dots + a_1 2^1 + a_0 2^0 + b^1 2^{-1} + \dots + b^m 2^{-m})$$

Por ejemplo:

$$x = -101,011 \quad a_2=1, a_1=0, a_0=1, b_1=0, b_2=1, b_3=1$$

$$x = 0,01101 \quad a_0=0, b_1=0, b_2=1, b_3=0, b_4=1$$

Esta representación puede "condensarse" si extraemos la potencia de dos como factor común de manera tal que la expresión fraccionaria tiene a 1 como el único dígito binario en su parte entera:

$$x = -1,01011 \times 2^2$$

$$x = 1,101 \times 2^{-2}$$

Es decir que en general podemos escribir un número en fracción binaria como:

$$x = \pm \underbrace{1, b_1 b_2 \dots b_m}_{\text{significante}} \times 10^{\underbrace{n}_{\text{exponente}}}$$

donde tenemos el signo (+ ó -), los dígitos propiamente dichos del número o "significante" (que como notamos recién siempre comienza en 1) y el exponente.

Esta representación es importante a efectos de entender como las computadoras almacenan los números llamados de "punto flotante", que es el término informático que denota a esta representación de los números fraccionarios. Básicamente, necesitamos almacenar el signo del número, su significante y el exponente. El término "punto flotante" denota el hecho de que la coma no está en una posición fija, sino que depende del exponente:

$$x = -1,01011 \times 2^2 = -101,011 \quad (\text{la coma aparece luego del tercer dígito})$$

$$x = 1,01 \times 2^5 = 101000,0 \quad (\text{la coma aparece luego del quinto dígito})$$

Un número de punto flotante tendrá asignado un número determinado de bits para su almacenamiento en la memoria de la computadora. Por ejemplo: 16, 32 o 64 bits. Si tenemos 16 bits, entonces una posible manera de utilizar estos bits para almacenar las tres partes de un número fraccionario (signo, significante y exponente) son las siguientes:

1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$= 1,00101 \times 2^3$$

signo exponente significante

El primer bit es destinado al signo, siguiendo la convención 1 = + y 0 = -. Los 4 siguientes bits son utilizados para el exponente, con el primero de ellos indicando el signo. En ejemplo, el exponente es 3 (positivo), que en binario se escribe como 11, por lo que los 4 bits para el exponente son 1011 (el primer 1 indica que el exponente es positivo). Finalmente, el significante es 00101 (no hace falta

especificar el primer 1 porque siempre está presente). Otro número, por ejemplo:

1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

 $= 1,11 \times 2^{-2}$

signo
exponente
significante

Pueden contestar las siguientes preguntas y explicar el porqué:

- a. Cual es el número positivo más grande que puede ser expresado en esta representación?
- b. Cual es el número positivo más pequeño que puede ser expresado en esta representación?

2. Representación de un número en diferentes bases.

Consideremos las representaciones en binario, decimal y hexadecimal de un número entero positivo:

$$\begin{aligned}
 x_2 &= a_n 2^n + a_{n-1} 2^{n-1} + \dots + a_1 2^1 + a_0 2^0 \\
 x_{10} &= b_m 10^m + b_{m-1} 10^{m-1} + \dots + b_1 10^1 + b_0 10^0 \\
 x_{16} &= c_r 16^r + c_{r-1} 16^{r-1} + \dots + c_1 16^1 + c_0 16^0
 \end{aligned}$$

Recordemos que la manera de obtener los dígitos binarios a a partir de la representación decimal es dividir progresivamente por 2 y utilizar los restos de las divisiones como los dígitos binarios buscados.

- a. Escribir un programa (en el lenguaje de elección con el que se sientan más familiares) que a partir de un número arbitrario en representación decimal, genere los dígitos de su representación hexadecimal.
- b. Y otro programa que tome una representación binaria (una cadena de 1's y 0's) y genere el número correspondiente en decimal.